

Nous souhaitons résoudre l'équation non-linéaire "aux valeurs propres" suivante :

$$\Delta\phi + k_0^2 n^2(\phi)\phi = \beta^2 \phi \quad (1)$$

où β^2 est "la valeur propre", ϕ le "vecteur propre" (représente un champ scalaire 2D) et avec

$$n^2(\phi) = n_0^2 + n_{\text{Kerr}}^2 |\phi|^2 \quad (2)$$

Pour résoudre cette équation, nous voulons utiliser les itérations de **Picard** :

1. On prend $n^2(\phi) = n_0^2$ (équation aux valeurs propres linéaire) et avec la commande `Lanczos` on résout

$$\Delta\phi + k_0^2 n_0^2 \phi = \beta^2 \phi \quad (3)$$

On obtient alors β_0^2 et le vecteur propre ϕ_0 associé.

2. Avec la commande `TransferSolution`, nous désirons injecter ϕ_0 dans l'équation non-linéaire de la manière suivante :

$$\Delta\phi_1 + k_0^2 (n_0^2 + n_{\text{Kerr}}^2 |\phi_0|^2) \phi_1 = \beta^2 \phi_1 \quad (4)$$

Nous utilisons aussi la commande `Lanczos` pour déterminer les solutions (β_1, ϕ_1) de ce problème "linéarisé".

Mais, l'écriture de la formulation pose problème :

– soit nous écrivons :

```
Galerkin { [(k02*nKerr2[]*(Norm[Dof{phi0}])^2)*Dof{phi},{phi}];
           In Tot; Jacobian JVol; Integration
```

et un message d'erreur dit : *More than one Dof definition in Expression.*

– soit nous écrivons :

```
Galerkin { [(k02*nKerr2[]*(Norm[{phi0}])^2)*Dof{phi},{phi}];
           In Tot; Jacobian JVol; Integration
```

et un message d'erreur dit : *Empty DofData in FunctionSpace 'nom de la Fonction Space' (no unknowns ?).*

Cette approche est-elle compatible avec la syntaxe et/ou la philosophie de `GetDP` ?

Une autre idée que nous avons, est d'utiliser la méthode **Newton-Raphson** telle qu'elle est programmée dans GetDP (mot clef `JacNL,...`).

Cette approche est-elle envisageable alors que chaque itération nécessite la résolution d'un problème aux valeurs propres (dont on extrait une seule solution bien sûr !)?

Le calcul des matrices jacobiniennes nécessite-t-il autre chose que la connaissance de la courbe $n^2(\phi)$ (simple relation quadratique) et de sa dérivée ?

De plus, les itérations nécessitent l'évaluation de la grandeur suivante

$$|\lambda|^2 = \frac{\int (\beta^2 - n_0^2(x)k_0^2) |\phi|^2 dx + \int |\text{grad}(\phi)|^2 dx}{n_{\text{err}}^2 k_0^2 \int |\phi|^4 dx} \quad (5)$$

1. Comment évaluer cette grandeur directement dans le *post-processing* (problème de faire le rapport de deux intégrales) ?
2. Peut-on insérer un tel calcul à chaque itération d'un processus de GetDP ?

En vous remerciant par avance de l'attention que vous porterez à nos questions.
Bien cordialement.